

2014 年度 前期

個 別 学 力 検 査

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は計算用紙を含めて 8 ページあります。解答冊子には解答用紙 8 枚が綴じられています。
3. 試験時間は 90 分間です。
4. すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入してください(氏名は記入しないでください)。
5. 解答は、解答に至る過程を含めて、すべて解答用紙に記入してください。
6. 問題冊子と解答冊子に印刷不鮮明や落丁などがある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
7. 試験中に気分が悪くなったときは、手を挙げて監督者の指示に従ってください。
8. 問題冊子は試験終了後に持ち帰ってください。ただし、無断で複写、複製、転載などを行うことはできません。

個別学力検査

数 学

第1問 (配点 25 点)

次の問いに答えよ。

問題 1

次の式を計算せよ。

$$\left(\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}\right)^2$$

問題 2

$$a^3+b^3+c^3=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$$

を利用して、次の式を因数分解せよ。

$$(x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$$

問題 3

$$\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

(ただし $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) のとき、次の値をそれぞれ求めよ。

(1) $\sin \theta \cos \theta$

(2) $\sin^3 \theta + \cos^3 \theta$

(計 算 用 紙)

第2問 (配点25点)

a を実数の定数として、次のような x の2次方程式を考える.

$$x^2 - 5x + 8 = a(x - 1)$$

問題 1

$1 \leq a \leq 2$ でこの方程式が実数解をもつとき、その解の値の範囲を求めよ.

問題 2

$2 \leq x \leq 4$ において、異なる2つの実数解をもつような a の値の範囲を求めよ.

(計 算 用 紙)

第3問 (配点 25 点)

箱の中に金貨と銀貨が少なくとも1枚ずつ、合計10枚入っている。よくかき混ぜてから1枚だけを取り出し、硬貨の種類を確かめて箱に戻すまでを1回の試行とする。試行を3回繰り返したとき、少なくとも1回は銀貨が出る確率を p とする。一方、試行を5回繰り返したとき、少なくとも2回は銀貨が出る確率を q とする。

問題 1

箱の中の金貨の枚数を6枚とする。 p と q はどちらが大きいのか。

問題 2

箱の中の金貨の枚数を a 枚とする。 $p < q$ となるような a の最大値を求めよ。

(計 算 用 紙)

第4問 (配点 25 点)

次の2つの放物線

$$y = -\frac{3}{16}x^2 + \frac{5}{4}x + 6 \quad (1)$$

および

$$y = \frac{x^2}{8} - 4 \quad (2)$$

を考える. 放物線(1)と y 軸との交点をA, 放物線(2)と y 軸との交点をCとする.
放物線(1)と放物線(2)の異なる2つの交点を, x 座標の値の小さいほうから順にB, Dとする.

問題 1

2点B, Dを通る直線の方程式を求めよ.

問題 2

$-4 < x < 8$ の範囲で, 放物線(1)上あるいは放物線(2)上にとった任意の点をEとする. 三角形BDEの面積が最大になるような, 点Eの座標を求めよ.

問題 3

この点A, B, C, Dについて, 次の命題の真偽を調べよ.

「四角形ABCDに内接する円は存在しない」

(計 算 用 紙)