

2016 年度 前期

個 別 学 力 検 査

数 学

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 問題冊子は計算用紙を含めて 8 ページあります。解答冊子には解答用紙 8 枚が綴じられています。
3. 試験時間は 90 分間です。
4. すべての解答用紙の所定欄に受験番号を記入してください(氏名は記入しないでください)。
5. 解答は、解答に至る過程を含めて、すべて解答用紙に記入してください。
6. 問題冊子と解答冊子に印刷不鮮明や落丁などがある場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
7. 試験中に気分が悪くなったときは、手を挙げて監督者の指示に従ってください。
8. 問題冊子は試験終了後に持ち帰ってください。ただし、無断で複写、複製、転載などを行うことはできません。

個 別 学 力 検 査

数 学

第 1 問 (配点 25 点)

次の問いに答えよ.

問題 1

$(a^3 + 2a + 7)(a^3 + 2a - 1) - 9$ を因数分解せよ.

問題 2

変数 x のデータの値が $2, 1, 4, p, 3$ で, 分散が 10 のとき, p の値を求めよ.

問題 3

n を自然数とする. n が 5 で割り切れないとき, $n^4 - 1$ を 5 で割った余りを求めよ.

(計 算 用 紙)

第2問 (配点 25 点)

座標平面上の点 $A(0, 2a)$, $B(3a, 0)$, $C(0, -2a)$, $D(-3a, 0)$ を頂点とする四角形 $ABCD$ の各辺と、放物線 $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}$ の共有点を考える. ただし, a は正の定数とする.

問題 1

共有点の総数が 4 個になるときの四角形 $ABCD$ の面積を求めよ.

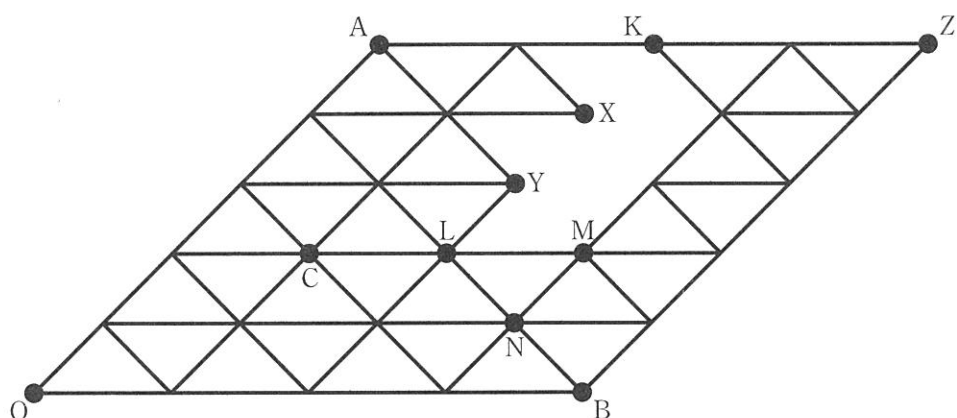
問題 2

共有点の総数が最も多くなるような a の値の範囲を求めよ.

(計 算 用 紙)

第3問 (配点 25 点)

図のような道路を，交差点を通りながら進むものとする．各交差点において，斜め上(右上)方向，右方向，斜め下(右下)方向のいずれかに進むとする．AZ の各交差点では，右方向もしくは斜め下(右下)方向に進む．BZ の各交差点では，斜め上(右上)方向に進む．OB の各交差点では斜め上(右上)方向もしくは右方向に進む．ただし，X，Y，Z に到達した場合は停止する．



問題 1

O から M に到達する経路のうち，C を通る経路は何通りあるか．ただし，経路は最短とは限らない．

問題 2

O から Z に到達する経路のうち，C を通り，M を通らない経路は何通りあるか．ただし，経路は最短とは限らない．

(計 算 用 紙)

第4問 (配点 25 点)

正四面体 ABCD がある. 辺 BC 上に点 P を, $BP = x$ となるようにとる. 辺 CD 上に点 Q を, $CQ = 3 - x$ となるようにとる. ただし, $0 < x < 3$ とする. 頂点 A から三角形 BCD に下ろした垂線を AH とする. $AH = \sqrt{6}$ とする.

問題 1

正四面体 ABCD の一辺の長さを求めよ.

問題 2

$AP^2 + PQ^2 + QA^2$ の値が最小となるような x の値を求めよ.

問題 3

正四面体 ABCD に外接する球の中心を O とする. このとき,

$$AO : OH = 3 : 1$$

であることを示せ.

(計 算 用 紙)